

## Om Flerfoldvalg.

Af

Dr. T. N. Thiele,

Prof. astron.

(Meddelt i Mødet den 29. November 1895.)

Mit Kendskab til Litteraturen om sammensatte Valg er ikke stort, men det meste af, hvad jeg har set, har ikke givet mig stor Respekt for vor Samtids Forhold til denne vigtige Sag. Ideen om Proportionalitet er fortræffelig, men ved dens Udførelse synes man som oftest at være gaaet temmelig letsindig og famlende frem. Man har opstillet Metoder i Mængde, men i Prøvelsen og Bedømmelsen er man vist gaaet altfor «praktisk» til Værks. Hvilken Rolle spiller ikke Hensynet til Opgørelsens yderligste Lethed i Kritiken, ved Siden af endnu mindre upartiske Hensyn? Det har derfor været mig overmaade kært at se Prof. Phragmén's<sup>1)</sup> Behandling af Sagen. Her rykker man dog et stort Skridt hen imod at faa Opgaven rigtig stillet og rationelt behandlet; og har det end ogsaa her været Hovedsagen at foreslaa en ny Methode, saa støttes denne med langt bedre Grunde end Opgørelsens Lethed. Min ærede Kollegas Skrift har ægget min Kritik og ikke ladet mig finde Ro, førend jeg besluttede foreløbigt at drive Upartiskheden saavidt, at jeg aldeles ikke bekymrede mig om praktiske Hensyn, men

<sup>1)</sup> E. Phragmén: Proportionella val. Stockholm. «Svenska spörsmål», Nr. 25.

blot søgte de theoretiske Kendetegn paa, om en Valgmaade er aldeles rigtig og retfærdig.

Det ligger i denne min Plan, at jeg kun kan tage Hensyn til saadanne Valgmaader, som tillade en klar og bestemt Fortolkning af hele Stemmesedlens Indhold, altsaa f. Ex. ikke til saadanne, hvor Kandidaterne nævnes i Orden for at antyde, at første Navn skal foretrækkes for de andre o. s. v., uden at der oplyses, hvor store slige Fortrin skulle være. Men iøvrigt ligger det mig saa fjernt som muligt, at indskrænke Undersøgelsens Omfang ved Antagelser af vilkaarlige Indskrænkninger i Valgets Form. Vælgerne kunne være lige berettigede eller ikke; hver Stemmeseddel kan nævne saa mange Kandidaters Navne som det skal være, og navnlig baade flere, lige saa mange og færre, end der skal vælges. Den ene Stemmeseddels Indhold af Navne skal ikke tænkes bundet eller begrænset af de andres.

Mine Kendetegn forudsætte rigtignok, at alle Navne paa enhver definitiv Stemmeseddel kunne anses for ganske ligestillede, saa at det er Vælgeren ligegyldigt, hvilke af de nævnte han faar valgt, naar blot Antallene ere de samme. Men dette forhindrer ikke, at Stemmesedlerne oprindelig kunne udtrykke Vælgerens forskellige Grad af Interesse for at faa den ene eller den anden af Kandidaterne valgt, naar blot Interessens Grad er angivet i bestemte Tal, som tillade at dele Stemmesedlen i et Antal partielle Stemmesedler alle med ligestillede Navne, én der indeholder alle Navnene, én de i ringeste Grad begunstigede o. s. v., indtil den sidste for de mest begunstigede Navne. Naturligvis kan saadanne partielle Stemmesedler hver kun faa sin passende Brøkdelen af den Vægt, der tilkommer Vælgerens Stemme.

For at der kan tales om et bestemt rigtigt Resultat, er det desuden nødvendigt at vide, om Valget skal stille alle de Valgte lige. Men skønt det ogsaa i denne Henseende vil være bekvemtest at antage dette Spørgsmaal for bekræftet, ville vi dog faa at se, at heller ikke dette er helt nødvendigt, men at der ogsaa kan dømmes om saadanne Tilfælde, hvor Kandidaterne

skulle vælges i Orden og med forskellig Rettighed, naar blot ogsaa denne Forskel kan angives skarpt.

Vi tænke os altsaa, at der skal vælges et vist Antal Kandidater; at Stemmegivningen har fundet Sted og er bleven optalt i saadan Form, at der kun er Tale om ligestillede Navne paa hver definitiv Stemmeseddel, at alle enslydende Stemmesedler ere forenede til en enkelt, hvis Vægt er Summen af Vægtene for alle de oprindelig enslydende Stemmesedler med ligestillede Navne og de dertil sig sluttende enslydende partielle Stemmesedler. Saa samler hele Valgkampen sig i den methodiske Behandling af dette Materiale, som vi kunne tænke os ordnet i følgende tabellariske Form:

| Liste | med Vægt | stemmer paa Kandidaterne |
|-------|----------|--------------------------|
| Nr. 1 | <i>a</i> | I II III IV              |
| 2     | <i>b</i> | I II III                 |
| 3     | <i>c</i> | II IV                    |
| 4     | <i>d</i> | I III V VII IX X         |
| 5     | <i>e</i> | IV VI VII VIII           |
| 6     | <i>f</i> | X                        |

Var Valget nu ikke, hvad jeg her forstaaer ved et sammensat Valg, men skulde der kun vælges en enkelt Kandidat, saa var Opgørelsen heraf let, man behøvede blot at sammentælle Summerne af Vægte for Stemmesedler, der tilfredsstilles ved hver enkelt Kandidats eventuelle Valg, altsaa her for I og III  $a+b+d$ , for II  $a+b+c$ , for IV  $a+c+e$ , for V og IX  $d$ , for VI og VIII  $e$ , for VII  $d+e$  og for X  $d+f$  o. s. v., den største Sum maa som Stemmetal afgøre Valget.

Langt vanskeligere er Sagen, naar der samtidig skal vælges flere Kandidater. Men Vanskeligheden ses ikke strax ved en overfladisk Betragtning, og vil man forstaa, hvorfor der er ofret saa meget Arbejde paa at opstille Valgmetoder og Regler for Valgs Opgørelse, uden at noget tilfredsstillende

Resultat kan anses for opnaaet, saa turde det være nyttigt at gøre et lille Tankeexperiment.

Lad os tænke os, at naar Stemmelisterne ere bragte i ovenangivne Form, træder Valgbestyrelsen til Side, alle Lovforskrifter ophæves, men hver af Listerne repræsenteres blot under det yderligere Valg ved en Fuldmægtig, der raader over sin Listes hele Vægt efter sit Skøn om det Partis Interesse, fra hvilket Listen hidrører.

Møder da disse Fuldmægtige for at afgøre Sagen ved Overenskomst og i fornødent Fald ved den Magt Listernes Vægt giver dem, saa er det næppe tvivlsomt, at Forhandlingerne ville begynde med en Opgivelse af et Antal Kandidater, hvis Valg det aabenbart er umuligt at sætte igennem. Men idet de Lister, hvorpaa disses Navne fandtes, styrkes derved, at Vægten falder mere samlet paa det formindskede Antal af Kandidater, vil det snart blive umuligt at skønne sikkert over flere Forkastelser.

Saa vil man vel prøve paa at tage Sagen fra den modsatte Side, og undersøge, om der ikke gives Kandidater, for hvis Valg der er en saa stærk og alsidig Stemning, at de paa Forhaand kunne erklæres for valgte. Hvis hver Fuldmægtig begynder med at fordele den Vægt, han raader over, ligeligt, mellem alle de ham lige kære Navne, der staa tilbage paa hans Liste, vil det ofte hælde, at man ved Optælling af den samlede Vægt, som saaledes vilde falde paa hver enkelt Kandidat, kunde komme til Erkendelse af, at en eller flere Kandidaters Valg er sikkert. Men Antallet af de usikre Kandidater vil altid være betydeligt større end det, som kan vælges. Saa begynder Valgkampens Spænding, og da den ligelige Fordeling af Vægten paa hver Listes Navne ingeniunde tør paabydes som Regel, samtidigt med at Fuldmægtigene have Ret til helt at opgive Kandidaturer, saa maa der opstaa Bevægelser i Vægtene, som i Almindelighed ville lade disse flyde bort fra de sikre saavel som fra de meget usikre Kandidater hen til dem, hvis Valg synes muligt, om end med Besvær.

Uden Baand paa disse Strømninger vil Resultatet blive fuldstændig Uvished. De Kandidater, som i det ene Øjeblik syntes valgte, ville netop derfor i det næste miste saa megen Stemmevægt, at de gaa ud af Betragtning til Fordel for andre, hvem samme Skæbne strax derpaa vil ramme. Det bliver derfor nødvendigt, at hver Fuldmægtig maa bindes til den Fordeling, han engang har gjort, og at han maa foretage sin Fordeling uden alt Kendskab til, hvorledes hans Konkurrenter virkelig samtidig fordele den Vægt, de raade over.

Hvis Læseren nu vil tænke sig selv som Fuldmægtig i denne Situation, tror jeg nok, at Sagens Vanskelighed nogenlunde vil vise sig for ham. Vor Fuldmægtig vil vel gøre sit Bud med al den Snildhed, han raader over, og et Resultat kan fremkomme ved at de Kandidater vælges, som samle størst Vægt; men det turde være lidet sandsynligt, at ret mange Fuldmægtige eller Vælgere vilde glæde sig derved.

Men ved at lade disse imaginære Fuldmægtige fare, og lægge Opgaven tilbage i den upartiske Valgbestyrelses Haand skærper man kun Vanskeligheden og Kravet paa netop at træffe det rette. Enhver Methode til at udfinde, hvilke Kandidater der bør vælges, synes at maatte operere ved Fordeling af Vægtene og ved at slaa fast efter Haanden, hvilke Kandidater der enkeltvis kunne erklæres for valgte eller vragede; men Motivet til saadan Fordeling ligger ikke i hver Vælgers eller Listes Forhold til den enkelte Kandidat, men i den forskellige Grad af Tilfredsstillelse, som de ville opnaa ved de samlede Kombinationer af Kandidater, som der til sidst kan være Tale om at faa valgt.

Hvis det virkelig er muligt at bestemme et sammensat Valg som retfærdigt, maa det ske derved, at det afgøres, ikke blot hvilken af to eller flere Kombinationer af Kandidater, der bedst vil tilfredsstille hver enkelt af Listerne, men yderligere, hvor stor Forskel der er paa Tilfredsstillelsen ved den ene eller den anden Kombination. Betingelsen er da ligefrem, at Tilfredsstillelsen for hver Listes Vedkommende maa kunne maales

med et bestemt Tal. Men hvis dette kan gøres, bliver det en Omvej at lade Tilfredsstillelsens Grad bestemme Vægtens Fordeling mellem Listernes Navne; Valget vil da være afgjort, naar det kan paavises, at en Kombination af Kandidater giver større Sum af Tilfredsstillelse end nogen anden, naar Tilfredshedstallene fra de enkelte Lister lægges sammen.

Naar Spørgsmaalet stilles paa denne Maade, synes Løsningen at ligge nær. Det er klart, at en Liste og dens Vælgere opnaa fuld Tilfredsstillelse, naar alle Listens Navne findes i den Kombination, der prøves, og at Tilfredsheden overhovedet voxer, naar Antallet  $n$  voxer paa de Navne, den har tilfælles med Listen. Da Tilfredsstillelsens Tal  $T$  selvfølgelig maa være proportionalt med Listens Vægt  $v$ , maa man kunne skrive

$$T = vf(n),$$

hvor Tallet  $f(n)$  alene retter sig efter hint Antal  $n$ . Vilkaarligt, men uden at forandre Resultatet, maa man kunne sætte  $f(0) = 0$  og  $f(1) = 1$ ; dermed siges kun, at Lister, som ikke faa noget Navn ind i Kombinationen, ikke faa nogen Tilfredsstillelse ved den, og at Tilfredsstillelsen ved at opnaa Valg af en eneste Kandidat vil være ens for hver ligeberettiget Vælger, saaledes at vi kunne tage denne Tilfredsstillelse til Enhed for vore Maal. Men hvad Tal er  $f(2)$ ,  $f(3)$  o. s. v. og almindelig  $f(n)$ ? Hvilken Funktion af  $n$  er  $f(n)$ , Tilfredsheden (for Enhed af Vægt) ved Antallet af Kandidater, der fra Listen gaa over i den Kombination, som konkurrerer til Valg?

Med dette Spørgsmaal viser Problemet om sammensatte Valg en Vanskelighed, som vel altid har været tilstede, men som kun utydeligt har kunnet føles, saa længe man ikke betragtede Sagen netop fra dette Synspunkt. Stemmesedlens Indhold og Kandidaternes Antal og indbyrdes Forhold er ikke Oplysninger nok til at afgøre Valgets rette Udfald. Opgaven er utilstrækkeligt oplyst, saa længe vi ikke kende Funktionen  $f(n)$ , og det er ikke muligt at udlede den af hine formelle Angivelser. For at vurdere Tilfredsstillelsen ved at faa mange af sine Parti-

fæller valgt, nøjagtigere — ved at faa den *n*te valgt, efterat man er sikker paa *n* — 1 Valg — dertil kræves Kendskab til Formaålet for Valget og til den Gerning, hvortil Kandidaterne vælges.

Skal der vælges en Bestyrelse eller Regering, som skal beslutte og handle, saa er Enighed eller i alt Fald et fast Fler-tal inden for denne en saa vigtig Ting, at hver ny Stemme deri, altsaa hver Forøgelse af de valgte Kandidaters Antal betyder noget stort, og vel giver ligesaa megen Tilfredsstillelse som den første sejrende Kandidat paa en Liste, eller endog større.

Gælder det om at tilvejebringe et Udvalg til alsidig Prøvelse af en Sag eller Ordførere for Vælgermassens delte Meninger, da ligger hele Tilfredsstillelsen paa det første Valg. Det er en ringe Tilfredsstillelse at faa to Ordførere for samme Sag, eller at lukke Munden paa Kritiken.

Mellem disse to Yderligheder ligger der en Mangfoldighed af Overgangstilfælde især det, hvor der skal vælges Repræsen-tanter for et Samfund eller Folk, hvis Meninger, Afgørelser, Valg og Love skulle gælde som udtalte af Samfundet vedtagne af Folket. Her er Fordringen om Forholdsmæssighed i Valget paa sin Plads. Her bør det talrige Parti vise sin Styrke ved at sætte talrige Valg igennem; men Tilfredsstillelsen ved andet, tredie og yderligere Valg maa aftage kendeligt, hvis Overdrivelse skal undgaas. Madlysten stiger vel nok ved Mættelse, men ikke saa meget den virkelige Tilfredshed.

Med Erkendelsen af denne Forskels centrale Betydning for Valgproblemet opnaas noget ret væsentligt. Opgaven er ikke derfor løst, men den kan i alt Fald nu stilles i rigtig Form. Funktionen  $f(n)$  maa i hvert enkelt Tilfælde anses for bestemt ved Virkelighedens Magtbud, ved Valgets Formaal og Karakter, tilsidst ved positivt Lovbud. Men kan den anses for given, da besidde vi nu det Kendetegn paa retfærdigt Valg at Summen

$$v_1 f(n_1) + v_2 f(n_2) + \dots + v_r f(n_r) = \sum v f(n)$$

med et Led taget fra hver af Stemmegivningens Lister skal være større for den sejrende Kombination af Kandidater end for nogen anden af Kandidater i samme Antal.

Dette Kendetegn egner sig ikke umiddelbart til at anvendes i almindelig Valgmethode. Det har den svage Side, at  $\Sigma v f$  maa beregnes for enhver tænkelig Kombination af saa mange Kandidater, som der skal vælges, og er dette Antal ikke enten meget lille eller meget lidt mindre end Antallet af Kandidater, som der overhovedet er stemt paa, saa voxer Kombinationernes Mængde op til noget uoverkommeligt.

Derimod bliver det nyttigt og uundværligt til Studium af de forskellige Valgmaader og Funktionsformer for  $f(n)$ . I Anvendelse paa typiske og simple Tilfælde af Listernes Indhold af fælles eller forskellige Navne, kan det oplyse os om Funktionens Forhold til Valgets Formaal og Karakter. Kendetegnet kan lede til Opdagelse af saadanne Funktionsformer, som tillade Opstillingen af en helt eller tilnærmelsesvis korrekt Opførelsesmethode, og til at bedømme Tilnærmelsens Grad.

Dette skal nu oplyses ved nogle Exempler, men først skal jeg indskyde den Bemærkning, at dersom ikke alle de valgte skulle blive ligestillede ved Valget, men f. Ex. nogle af dem ved Valget skulle udnævnes til Formænd, da forhindrer denne Forordning ikke Anvendelsen af vort Kendetegn, kun bliver det derved mere indviklet. Der maa saa dannes Kombinationer ikke blot efter Antal, men tillige med Pladsbestemmelse for Kombinationens Formænd, og Tilfredsstillelsen vil for hver Liste fremtræde som Sum af to eller flere Funktioner, en  $f(n)$  afhængig af hele Antallet af sejrende Navne, en anden  $g(m)$  afhængig af sejrende Formandsemner o. s. v. Kendetegnet blev da, at

$$\Sigma v (f(n) + g(m) + \dots) = \text{maximum.}$$

Mere anvendeligt bliver det næppe paa denne Maade.



## Den stærke Valgmaade,

$$f^{(n)} = n.$$

Valg med lige stor Tilfredsstillelse ved hvert tilkommende sejrende Navn paa Listen, det sidste lige saa vigtigt som det første, afgiver Exempel paa, at der af Kendetegnet kan udledes en nøjagtig Methode til Opgørelse, som tillader os at trænge fuldkommen ind i Tilfældets Karakter; Methoden er tilmed her saa simpel, at den umiddelbart kan faa praktisk Anvendelse.

Da Tilfredsstillelsen ved en vis Kandidats Valg i dette Tilfælde er uafhængig af, om han vælges sammen med denne eller hin anden, og Tilvæksten i Tilfredshed ved hans Valg er Summen af Vægtene for de Lister, der stemme for ham, behøver man blot for hver Kandidat at opgøre denne Sum, altsaa den samme Regning som ved Valg af en eneste Kandidat. Summen af disse Summer for alle Kandidaterne i en Kombination maaler da den hele Tilfredsstillelse, som denne Kombination giver. Følgelig er den Kombination valgt, der dannes af de Kandidater, hvis særlige Summer ere de største.

I dette Tilfælde gælder den Sætning, at den Kandidat, som vilde blive valgt, hvis kun én skulde vælges, og det Par, som vilde sejre ved dobbelt Valg o. s. v., ogsaa vil være blandt de sejrende, naar Kombinationen skal være talrigere.

For at bestemme denne Valgmaades Plads i det politiske Liv og andre Anvendelser er det tilstrækkeligt at betragte nogle simple Tilfælde af Listernes Indhold. Er der ingen Kandidat fælles for to Lister, og omfatter de vægtigere af Listerne mindst saa mange Navne, som der skal vælges Kandidater, saa sejrer den stærkeste Liste helt selv med den mest knebne relative Stemmefferhed. For at bryde den Ensartethed i Valgets Resultat, som herefter er Valgmaadens Hovedegenskab og anbefaler den til Valg af Bestyrelser, behøves der en ret vidtgaende Splittelse i Partier. Overfor det mindste absolute Flertal ere de øvrige Partier overhovedet magtesløse, kunne i det højeste kaste Glans paa enkelte af de valgte i Forhold til deres Kolleger.

Overfor et relativt Flertal kommer det an paa, hvorvidt de øvrige Partier kunne enes om at sætte samme Kandidater paa to eller flere Lister.

Valgmaaden gaar altsaa ikke saa yderligt, at den sikrer endog meget brogede Vælgerkorpser en stærk Bestyrelse. Til saadant Formaal kunde man anvende Funktionsformer som  $f(n) = \frac{n(n+1)}{2}$  eller  $f(n) = n^2$ , Valgmaader som kunne kaldes voldsomme eller tyranniske.

Paa den anden Side egner den stærke Valgmaade sig ikke til at gøre den valgte Forsamling til et Billede af Vælgernes Samfund, der kunde tale i dettes Navn, repræsentere det. Dertil er den altfor haard imod Mindretallene, stærke saa vel som smaa.

Af praktiserede Valgmethoder har f. Ex. den franske «scrutin de liste» stærke Berøringer med denne Valgmaade. Det er ikke overflødigt at advare om, at medens den stærke Valgmaade i sin rene Form er saa yderlig let at anvende, at den i sig selv er en eminent praktisk Valgmethode, saa er den meget følsom overfor unødvendige Modifikationer. ved positiv Valglov. Det vilde saaledes være yderst betænkeligt at skærpe den til at give stærkere Bestyrelse ved at forbyde samme Navns Forekomst paa flere end en Liste; bortset fra alle de Chikaner, dette kunde fremkalde, vilde det derved blive aldeles umuligt at angive, hvilken Kombination der med Rette burde sejre. Man skulde da kende, i hvilken Orden Listerne vare foreslaaede, — og mere til.

Valgmaaden taaler heller ikke, at Vælgersamfundet deles i Valgkrese. Det gaar ikke an, at give Mindretallene med den ene Haand, hvad man har taget med den anden. Besejrede Sejerherrer føle Nederlaget som Undertrykkelse.

### Den forholdsmæssige Valgmaade,

$$f(n) = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}.$$

For at en Valgmaade skal kunne kaldes forholdsmæssig og afbilde Vælgersamfundets Delinger ved Antallene af de valgte,

maa den i det simpleste Tilfælde (d'Hondts), hvor intet Navn findes paa mere end en Liste og hvor Listernes Vægte  $m', n' \dots r'$  forholde sig som hele Tal  $m, n, \dots r$ , hvis Sum er Antallet af Kandidater, der skal vælges, give størst Tilfredshed derved, at Listen  $m'$  vælger  $m$ ,  $n'$  vælger  $n$ ,  $\dots$   $r'$  vælger  $r$  Kandidater.

Funktionen  $f(n) = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$  opfylder denne Betingelse. Thi

$$\begin{aligned} & m'f(m) + n'f(n) + \dots + r'f(r) > \\ & > m'f(m-1) + n'f(n+1) + \dots + r'f(r), \end{aligned}$$

hvor en hvilkensomhelst (den første) Liste har mistet et Valg til Fordel for en hvilkensomhelst anden Liste (den anden), ved Subtraktion af Ulighedens højre Side fra venstre fremkommer nemlig

$$\frac{m'}{m} - \frac{n'}{n+1} > 0, \text{ eller } \frac{m'n - mn' + m'}{m(n+1)} > 0,$$

og dette gælder ubetinget, naar

$$\frac{m'}{m} = \frac{n'}{n} = \dots = \frac{r'}{r}.$$

Den Valgmaade, som skal omtales i dette Afsnit, udmærker sig altsaa ved at give forholdsmæssige Valg. Dette gælder dog ikke exakt, og andre Funktionsformer kunne have samme Egenskab, thi selve Definitionen angaar kun hele endelige Antal, og kan derfor ikke give nogen skarp Bestemmelse gennem Fordringen om største Tilfredsstillelse. Anvendt paa det analoge Tilfælde af kontinuerte Kræfters Kamp om Resultater, der ligesom Kræfterne kunne maales med kontinuert variable Tal, fører Maximumsbetingelsen til Bestemmelse af  $f(n)$  som Logarithmen til  $n$ . Men da  $\log(0) = -\infty$ , kan denne Funktionsform ikke uforandret anvendes paa Tilfældet med hele Antal. Vor Funktion er i øvrigt som bekendt meget nær beslægtet med Logarithmen.

For at anvende vort Kendetegn paa Opgørelser og Valg efter denne Valgmaade behøver man blot at dividere Listernes

Vægte, med 2, 3, 4 o. s. v., simpel Addition vil saa gøre Resten. Et Par Exempler kan vise denne lille Regning. Protokollen over Afstemningen være

| Liste | stemmer *) paa Kandidaterne |        |      |    | Vægt | $\frac{1}{2}$ Vægt | $\frac{1}{3}$ Vægt | $\frac{1}{4}$ Vægt |
|-------|-----------------------------|--------|------|----|------|--------------------|--------------------|--------------------|
| Nr. 1 | I                           | II     | IV   | VI | 120  | 60                 | 40                 | 30                 |
| 2     |                             | II III | V    |    | 72   | 36                 | 24                 |                    |
| 3     | I                           | II III |      |    | 84   | 42                 | 28                 |                    |
| 4     |                             |        | IV V | VI | 48   | 24                 | 16                 |                    |
| 5     | I                           |        | IV V |    | 36   | 18                 | 12                 |                    |
| 6     |                             | II     |      | VI | 9    | $4\frac{1}{2}$     |                    |                    |

hvor stor Tilfredsstillelse give Kombinationerne af Kandidaterne (I, II, IV, VI) og (II, III, V)?

| (I, II, IV, VI) |      |                           | (II, III, V) |      |             |
|-----------------|------|---------------------------|--------------|------|-------------|
| 1 Liste 1       | Navn | 120                       | 1 Liste 1    | Navn | 120         |
| 2               | —    | 60                        | 2 Liste 1    | —    | 72          |
| 3               | —    | 40                        | 2            | —    | 36          |
| 4               | —    | 30                        | 3            | —    | 24          |
| 2 Liste 1       | —    | 72                        | 3 Liste 1    | —    | 84          |
| 3 Liste 1       | —    | 84                        | 2            | —    | 42          |
| 2               | —    | 42                        | 4 Liste 1    | —    | 48          |
| 4 Liste 1       | —    | 48                        | 5 Liste 1    | —    | 36          |
| 2               | —    | 24                        | 6 Liste 1    | —    | 9           |
| 5 Liste 1       | —    | 36                        |              |      |             |
| 2               | —    | 18                        |              |      | Sum ... 475 |
| 6 Liste 1       | —    | 9                         |              |      |             |
| 2               | —    | $4\frac{1}{2}$            |              |      |             |
|                 |      | Sum ... 587 $\frac{1}{2}$ |              |      |             |

\*) Var samme Stemmegivning faldet i et Tilfælde af et Udvalg til Prøvelse, hvor fuld Tilfredsstillelse forudsattes opnaaet ved første Navn fra hver Liste,  $f(o) = 0$  og i øvrigt  $f(n) = 1$ , hvilket vi kunne kalde den svageste Valgmaade, da vilde der være fremkommet mangfoldige Tilfælde af Stemmeligbed 2 af de 15 Par Kandidater, 12 af de 20 Kombinationer af 3 Kandidater, de 14 af de 15 Kombinationer af 4 Kandidater og alle Femerne vilde have staaet lige med total Tilfredsstillelse af alle Stemmerne. Benyttede man en minimal Hensyntagen til Listernes andet, tredje osv. Navn til Afgørelsen af Stemmeligbederne, vilde de sejrende Kombinationer blive (II), (II, IV), (I, II, V), (I, II, V, VI) og (I, II, III, V, VI), hvor altsaa Kandidat IV, efterat have sejret i Parret (II, IV), forsvinder af de mere talrige Kombinationer.

For de øvrige Kombinationer anfører jeg kun Resultaterne, der f. Ex. kunne tjene ved Indøvelsen af disse Beregninger:

| Enklt. Valg     | Pars Valg.            | Treere                   | Firere                      | Femere                           | Alle |
|-----------------|-----------------------|--------------------------|-----------------------------|----------------------------------|------|
| (I) 240         | (I, II) = 423         | (I, II, III) = 487       | (I, II, III, IV) = 593      | (I, II, III, IV, V) = <b>653</b> | 703½ |
| (II) <b>285</b> | (I, III) = 354        | (I, II, IV) = <b>529</b> | (I, II, III, V) = 577       | (I, II, III, IV, VI) = 651½      |      |
| (III) 156       | (I, IV) = 366         | (I, II, V) = 525         | (I, II, III, IV) = 579½     | (I, II, III, V, VI) = 645½       |      |
| (IV) 204        | (I, V) = 378          | (I, II, VI) = 515½       | (I, II, IV, V) = <b>601</b> | (I, II, IV, V, VI) = 651½        |      |
| (V) 156         | (I, VI) = 357         | (I, III, IV) = 480       | (I, II, IV, VI) = 587½      | (I, III, IV, V, VI) = 617        |      |
| (VI) 177        | (II, III) = 363       | (I, III, V) = 456        | (I, II, V, VI) = 593½       | (II, III, IV, V, VI) = 633½      |      |
|                 | (II, IV) = <b>429</b> | (I, III, VI) = 471       | (I, III, IV, V) = 552       |                                  |      |
|                 | (II, V) = 405         | (I, IV, V) = 474         | (I, III, IV, VI) = 553      |                                  |      |
|                 | (II, VI) = 397½       | (I, IV, VI) = 511        | (I, III, V, VI) = 549       |                                  |      |
|                 | (III, IV) = 360       | (I, V, VI) = 471         | (I, IV, V, VI) = 539        |                                  |      |
|                 | (III, V) = 276        | (II, III, IV) = 507      | (II, III, IV, V) = 573      |                                  |      |
|                 | (III, VI) = 333       | (II, III, V) = 471       | (II, III, IV, VI) = 599½    |                                  |      |
|                 | (IV, V) = 318         | (II, III, VI) = 475½     | (II, III, V, VI) = 559½     |                                  |      |
|                 | (IV, VI) = 297        | (II, IV, V) = 507        | (II, IV, V, VI) = 567½      |                                  |      |
|                 | (V, VI) = 309         | (II, IV, VI) = 497½      | (III, IV, V, VI) = 523      |                                  |      |
|                 |                       | (II, V, VI) = 493½       |                             |                                  |      |
|                 |                       | (III, IV, V) = 438       |                             |                                  |      |
|                 |                       | (III, IV, VI) = 453      |                             |                                  |      |
|                 |                       | (III, V, VI) = 429       |                             |                                  |      |
|                 |                       | (IV, V, VI) = 403        |                             |                                  |      |

Det fremgaar heraf, at ved dette Valg maatte Kandidaten II sejre, hvis kun en skulde vælges; (II, IV) vilde sejre som Par; (II, IV, I) er den mest tilfredsstillende Kombination af 3 Kandidater, (II, IV, I, V) og (II, IV, I, V, III) for 4 og 5 Kandidater. De ugunstigste Kombinationer ere (I, III, IV, V, VI), (III, IV, V, VI), (IV, V, VI), (III, V) og (III) eller (V).

Til Sammenligning med den foregaaende stærke Valgmaade  $f(n) = n$  bemærkes, at efter denne vilde Kandidaten I være kommen i Betragtning forud for IV og Nr. VI forud for III og V. Forskellen er altsaa ikke meget stor; men i et Tilfælde med saa usikker Partideling som dette, kan Modsætningen heller ikke træde stærkt frem.

Vi saa i dette Tilfældes Behandling efter den forholds- mæssige Valgmaade, at de sejrende Kombinationer, ligesom det altid er Tilfældet ved  $f(n) = n$  dannede en saadan Række, at

de talrigere stedse helt optog de mindre talrige i sig. Dette er ikke altid Tilfældet, men rigtignok et meget hyppigt Fænomen især ved vel adskilt Partideling; Afgangen mellem de to Valgmaader i denne Henseende kan praktisk vel betragtes som lille, saa lille er den, at jeg i Øjeblikket ikke kender andre Exempler paa Kombinationer, der ikke optage de mindre talrige i sig, end saadanne, som jeg kunstigt har dannet ved at søge hen imod Tilfælde med mangfoldig Stemmelighed, f. Ex.:

| Liste | stemmer paa Kandidat |     | med Vægt | $\frac{1}{2}$ Vægt |
|-------|----------------------|-----|----------|--------------------|
| Nr. 1 | I                    | II  | 10       | 5                  |
| 2     | I                    | III | 8        | 4                  |
| 3     | II                   | III | 2        | 1                  |
| 4     |                      | III | 5        |                    |
| 5     | II                   |     | 4        |                    |

her er Tilfredsstillelsen for enkelt Valg ved (I) = 18, ved (II) = 16 og ved (III) = 15; men for de parvise Kombinationer ere Tilfredsstillelserne ved (I, II) = 29, ved (I, III) = 29 og ved (II, III) = 30. Alene vælges altsaa I, men som Par sejre II og III.

Hvor let det endog er at beregne Tilfredsstillelsen ved hver opgivne Kombination af Kandidater og med vort Kendetegn at afgøre en Strid, om ikke et bestemt Valgresultat var mere retfærdigt end et andet, saa er den forholdsmæssige Valgmaades strenge Anvendelse dog stærkt begrænset af Hensyn til Vanskeligheden ved at udregne den mest tilfredsstillende Kombination. Dette ligger simpelthen deri, at Kombinationernes Antal let kan løbe op til noget aldeles uoverkommeligt. Skal der f. Ex. vælges 10 Kandidater ud af 30 opstillede, saa maatte man beregne Tilfredsstillelsen ved over 3 Millioner forskellige Kombinationer. Selv med langt mindre Tal, hvor Regningerne endnu virkelig lade sig baade udføre og kontrollere, vil det dog være meget vanskeligt blot at sikre sig, at man ikke har oversprunget en eneste Kombination.

Rigtignok skal man ikke for tidlig lade sig skræmme af store Antal, og navnlig under saadanne Forhold, som Praxis kan ventes at byde, vil Kombinationernes Mængde ofte skrumpes ind til noget meget beskedent. Blot ved at se paa Listerne vil man hyppigt kunne baade skønne og bevise, at nogle Kandidater umulig kunne blive valgte, eller at andre ere sikre paa Valg. Men det kan ikke nægtes, at Arbejdet er for stort.

Det værste er, at det ikke blot er vanskeligt men vistnok umuligt at slippe udenom paa helt retfærdig Maade. Naar en Sag i sig selv er meget simpel, svinder Udsigten til at fremstille den paa en endnu simple Maade, og de Regninger, hvorom det her drejer sig, ere saa simple, at der ikke kan gjøres mange Kunster med dem. Der er blot for mange af dem.

Det der skulde kunne hjælpe, maatte være, at man saaledes som ved den stærke Valgmaade  $f(n) = n$ , ved en Regning for hver enkelt Kandidat kunde udpege dem, der ved at stilles sammen afgave den bedste Kombination, uden at beregne andre end i alt Fald de allersimpleste Kombinationer. Det ligger da nær at undersøge, hvad der gør hint Tilfælde saa bekvemt. For en hvilken som helst Form af Tilfredshedsfunktionen  $f(n)$  gælder der nu nogle ganske overskuelige Sætninger: Tilfredsstillelsen ved et Par Kandidaters Kombination f. Ex. (I, II) kan tildels udtrykkes ved Tilfredsstillelserne ved hver især (I) og (II), man har

(I, II) — (I) — (II) =  $(f(2) - 2f(1) + f(0)) \Sigma(1, 2) = \Delta^2 f \Sigma(1, 2)$   
 hvor  $\Sigma(1, 2)$  betegner Summen af Vægtene for de Stemmelistes, paa hvilke begge Kandidaterne I og II ere nævnte. Fremdeles er for Treerkombinationens Tilfredsstillelse (I, II, III)

(I, II, III) — (I, III) — (II, III) + (III) — (I, II) + (I) + (II) =  
 $(f(3) - 3f(2) + 3f(1) - f(0)) \Sigma(1, 2, 3) = \Delta^3 f \Sigma(1, 2, 3)$ ,  
 hvor ligeledes  $\Sigma(1, 2, 3)$  betegner Summen af Vægtene for Lister med alle tre Navne I, II, III. Dette er kun specielle Tilfælde af en almindelig Lov, der med symbolsk Multiplikations-Betegnelse kan skrives

$((I-0) * (II-0) * (III-0) * \dots * (L-0)) = \Delta^l f. \Sigma(1.23\dots l)$ ,  
 hvor det forudsættes, at man efter den symbolske Multiplikations Udførelse udelader 0'erne af Kombinationerne og sætter  $(0, 0, 0, \dots, 0) = 0$ .

For at man overhovedet skal kunne udtrykke mere sammensatte Kombinationer ved simple, og derpaa maa det hele bero, maa de højre Sider i disse Ligninger forsvinde, altsaa enten Faktoren  $\Delta^l f = 0$  eller  $\Sigma(1, 2, 3 \dots l) = 0$ . Men den sidste af disse afhænger af de i det enkelte Tilfælde forekommende Vægte, og er derhos lige saa mangfoldig som den Kombination, der skulde beregnes. Det eneste, der kan hjælpe, er da, om Differenserne af Funktionen  $f(n)$ , særlig de højere af dem, kunne sættes  $= 0$ . Saadan Lettelse er altsaa betinget af, at  $f(n)$  er en hel rational Funktion. Naar  $f(n)$  er en lineær Funktion altsaa netop i det bekvemme Tilfælde  $f(n) = n$ , og heller ikke i noget andet, saa ere alle disse Differenser  $= 0$  ligefra  $\Delta^2 f$ , og saa kan Tilfredsstillelsen for en Kombination beregnes ved de enkelte Kandidaters Tal. Næst dette Tilfælde kunde der være Tale om at udtrykke  $f(n)$  ved Formen  $an + (1-a)n^2$ , hvorved foruden de enkelte Tilfredsheder ogsaa Tilfredsheden ved hvert Par Kandidater maatte beregnes for deraf at faa uledet de øvrige Kombinationer. Men allerede dette fører til vildsomme og store Regninger, uden at der derfor er Udsigt til at komme til Maalet; og dertil kommer, at Formen  $f(n) = an + (1-a)n^2$  kun med ringe Tilnærmelse kan afpasses efter den forholdsmæssige Valgmaade. Skal man nøjes med Tilnærmelse, saa kan man paa anden Maade faa den baade bedre og billigere. Snarere kunde der være Tale om at bruge den hele rationale Form som Tilnærmelse til en Opgørelse efter den svage Valgmaade for blot prøvende Udvalg. Men samtidig med at Vanskelighederne ved en skarp theoretisk Løsning af dette Tilfælde ere særlig store, er Trangen dertil vistnok særlig ringe; et Forslag fra en Dirigent om saadant Udvalgs Sammensætning vil sjældent vække Utilfredshed.



Vi have allerede i det foregaaende nævnt et Par Forhold, som kunne gøre Nytte, naar Talen bliver om at finde en brugbar Opgørelsesregel for den forholdsmæssige Valgmaade. Men den har endnu idetmindste en Egenskab, som er værd at bemærke. Næmlig det, at selve det proportionale Billede af Vælgersamfundet, som den giver, tillader Samfundets Inddeling i Valgkrese. Helt uskadeligt er dette Middel ikke: Man kan ikke nøjagtig tillægge hver Valgkres det rette Antal af Pladser i Repræsentationen, og selv med den retfærdigste Afpasning heraf kan det ikke undgaa, at smaa Mindretal tabe den Udsigt til Repræsentation, som de vilde have ved Valg i Samfundet som en Helhed. Valgmaaden taber i Finhed jo mindre Valgkresene gøres, og man maatte gaa ned til kun at lade hver Valgkres vælge to eller tre Repræsentanter, dersom man alene ved dette Middel skulde undgaa at faa stort Besvær ved mylrende Mængder af de enkeltvis lette Tilfredshedsberegninger.

### Andre Valgmaader.

De to vigtigste Valgmaader ere utvivlsomt de i det foregaaende omtalte, den stærke og den forholdsmæssige. Og dette gælder af dobbelte Grunde. Fra theoretisk teknisk Side udmærker den stærke Valgmaade sig ved den enestaaende Simplicitet i Valgopgavens Løsning ved Betragtning af hver Kandidat for sig, og den forholdsmæssige Valgmaade har, som vi lige have omtalt, den store Fordel at Valget, uden helt at forvrænges, kan foretages i Valgkrese. Ogsaa overfor Anvendelserne udmærke de samme to Valgmaader sig ved at kunne henvises hver til sit ret vel bestemte Omraade, den stærke Valgmaade til Valg af beslutningsdygtig Bestyrelse, den forholdsmæssige til Valg af lovgivende, vælgende eller bedømmende Repræsentationer.

Enhver Tanke om en Valgmaade, der som Universalmiddel skulde være god til alt muligt, maa falde bort, og dermed hele Polemiken mellem Forholdstalsprincipets Tilhængere og Modstandere. Man tvinges til at fæste Opmærksomheden paa de

vexlende Formaal for de forskellige Slags Valg og afpasse Valgmaaden og altsaa Tilfredsstillelsesfunktionen derefter. Men ere Formaalene end mangfoldige, saa ere Valgmaaderne ikke mindre rige paa Mellemløber og gradvise Overgange. Det er naturligvis næsten umuligt at opvise en valgt Forsamling, hvis Opgaver alle ere ganske ensartede, f. Ex. en Bestyrelse, som ikke lejlighedsvis maa enten lægge Voldsomhed i Magten eller fungere som dømmende Repræsentanter; eller paa den anden Side en Repræsentation, som ikke jevnlig maa tage Beslutning eller kritisk prøve udviklede Sager. Bestemmelsen af Valgmaadens  $f(n)$  kan aldrig ske med matematisk Nøjagtighed, men kun ved et Skøn, hvis nogenlunde faste Holdepunkter maa være de to her behandlede Hovedvalgmaader, den stærke og den forholdsmæssige.

Den praktiske Valgopgave, en Opgørelsesmethode, som udpeger de Kandidater af hvilken den sejrende Kombination skal bestaa, den er endnu kun løst i det ene Tilfælde, som angaar den stærke Valgmaade.

### Praktisk Tilnærmelsesmethode.

Af de Omstændigheder, der kan give Udsigt til Lettelse af Valgopgørelsens Vanskeligheder, har Inddelingen af Samfundene i Krese vistnok stor Betydning for det snævre Omraade omkring den forholdsmæssige Valgmaade, hvor det overhovedet kan være tilladeligt at anvende dette Middel, men dets theoretiske Betydning gaar ikke ud over, at det sikrer Muligheden af forholdsmæssige Valg under alle Omstændigheder; og anvendes denne til Valg af Valgmænd, saa kan Valg efter hvilken som helst Valgmaade lægges i deres Haand.

Anderledes forholder det sig med det for den stærke Valgmaade gældende Princip, at den rette Kombination paa  $n$  Kandidater, skal indeholdes i den rette Kombination paa  $n+1$  Kandidater.

Det er dette Princip, som frem for alt giver Phragmén's

Methode Interesse. For Phragmén synes dette Princip Rigtighed at staa som umiddelbart indlysende, og han har bygget saa trygt derpaa, at det har gennemtrængt hele hans Methode og givet den et ikke ubetinget heldigt Særpræg. For os, som have vundet det selvstændige og almengyldige Kendetegn paa retfærdigt Valg, er der ikke længer nogen Tvivl om, at Principet ikke strengt kan forliges med forholdsmæssigt Valg. Men fordi vi kunne se Afvigelserne, have vi ogsaa kunnet maale dem, og faa den Opfattelse, at de ere baade smaa og sjældne. Der er da gode Indicier for at bruge dette Princip til Grundlag for den Tilnærmelsesmethode, som skal kunne føre gennem Mylderet af Kombinationer til en praktisk Methode for Valgs Opgørelse.

Denne Methode ligger da lige for. Man gaar successivt frem; enten begynder man ved at afgøre, hvilken Kandidat man vilde faa valgt som Enekandidat; saa beregnes Tilfredsstillelserne ved alle de Par, af hvilke hin Kandidat er den ene, og det mest tilfredsstillende af disse Par vælges; saa prøver man Tilfredsstillelserne ved at sætte en hvilken som helst af de øvrige Kandidater til som den tredie, og fortsætter paa denne Maade med én ny Kandidat ad Gangen til det fulde Antal er naaet. Regningen er i sig selv yderst let, især naar man ikke overalt beregner hele Tilfredsstillelsen, men kun den Tilvæxt, den faar ved den nye eventuelle Kandidats Tiltræden. Jeg giver denne Methode Navn af Tilføjelsesreglen.

Eller ogsaa kan man gaa den helt modsatte Vej, begynde med at beregne Tilfredsheden ved den noget for talrige Kombination af alle de Kandidater, som ikke ere aabenbart umulige, og en for en udskyde som forkastede de Kandidater, ved hvis Opgivelse der vil tabes mindst i Tilfredsstillelse: «Udskydelsesreglen».

Eller man kan samtidigt gaa begge Veje til Maalet og se, om Resultaterne af Tilføjelses- og Udskydelsesreglerne stemme indbyrdes. Gør de det, saa tør man trygt stole paa, at den

fundne Kombination er den rette, vel at mærke, hvis Talen er om Valg efter den forholdsmæssige Valgmaade eller en saadan, som afviger endnu mindre fra den stærke Valgmaade<sup>1)</sup>. Men stemme Resultaterne ikke, da bør man afbryde Regningerne fra den ene eller den anden Side eller begge, helst et Skridt eller to førend Uoverensstemmelsen begynder at vise sig ved, at den lille Kombination har faaet en Kandidat optagen, som udskydes af den store Kombination. Derefter maa man saa gaa strengt tilværks og beregne Tilfredsstillelsen ved alle de Kombinationer i rette Antal, som omfatte Tilføjelsesreglens mindre Kombination, medens de omfattes af Udskydelsesreglens større Kombination.

Selvfølgelig opnaar man ikke paa denne Maade noget fuldgyldigt matematisk Bevis for, at den udfundne Kombination er den allerbedste. Men saa fint behøver Sagen ikke at tages.

Det maa overhovedet ikke glemmes, at Valgmaadens Afpasning efter Valgets Hensigt ingenlunde kan være fin, men tvertimod altid maa lade en bred Margen staa aaben for umærkelige Smaaforandringer i Tallene  $f(2) \dots f(n)$ .

Man maa derfor i Praxis være berettiget til at slaa enten Tilføjelsesreglen eller Udskydelsesreglen fast ved et positivt Lovbud.

Fejlen, der derved begaas, vil kun være lille, tilmed uskadelig. Thi enten er Afvigelsen fra det theoretisk rigtige helt uregnelig, tilfældig, og saa gaar den med megen anden Fejl ind under Loven om de store Tal. Eller ogsaa virker Hjælpeprincipets Tilføjelse i det væsentlige systematisk som en Modifikation af Tilfredshedsfunktionen  $f(n)$ , der enten nærmer den til eller fjerner den fra den stærke Valgmaades  $f(n) = n$ . Og i dette Tilfælde vil man, om fornødent, kunne ophæve Fejlen ved en kompenserende Modifikation af  $f(n)$ .

Jeg tør derfor anbefale navnlig Udskydelsesreglen, saaledes som den vises udført i det andet tilføjede Regneexempel, som

<sup>1)</sup> Se dog Regneexemplerne 3 og 4.

en baade paalidelig og bekvem Opgørelsesmethode for Væg efter andre Vægmaader end netop den stærke og de fra denne yderlig afvigende. At jeg foretrækker Udskydelsesreglen for Tilføjelsesreglen, som fremstilles i første Regneexempel, beror kun paa, at Tilføjelsesreglen kan give de først valgte i Kombinationen visse ubestemte, løse Prætentioner paa Forrang over deres Kolleger.

Væglisterne, der ere lagte til Grund i Regneexemplerne 1 og 2, ere hentede fra Phragmén's mest interessante Exempel. Vægmaaden er forudsat at være den rent forholdsmæssige

$$f(n) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}.$$

Ved begge Exempler ere to af Phragmén's Kandidater paa Forhaand udskudte som aabenbart umulige Vægmemner, tilmed for at vise, at Opgørelsen ikke kræver samme Antal Navne paa alle Lister.

De øvrige Exempler angaa et Tilfælde med særlig maliciøse Stemmelister, som jeg har konstrueret ved Hjælp af det almindelige Kendetegn, saaledes at alle Kombinationer af 2 blandt 4 Kandidater kom til at staa næsten lige ved forholdsmæssig Vægmaade, medens Tilfredsstillelserne ved enkelt Væg og Treere alle vare indbyrdes forskellige.

Ex. Nr. I. Fem Kandidater vælges efter følgende Materiale ved forholdsmæssig Valgmaade og efter Tilføjesreglen. 436

| Liste Nr. | 1 stemmer paa | H | GE | PE | Be | O | Br | Ø | He | med Vægt | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{5}$ | Sum     |         |
|-----------|---------------|---|----|----|----|---|----|---|----|----------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------|---------|
| 1         | —             | H | GE | PE | Be | O |    |   |    | 680      | 340           | 226.67        | 170           | 136           | 1552.67 |         |
| 2         | —             | H | GE | PE | Be |   | Br |   |    | 341      | 170.5         | 113.67        | 85.25         | 68.2          | 778.62  |         |
| 3         | —             | H | GE |    |    |   |    | Ø | P  | 322      | 161           | 107.33        | 80.5          | 64.4          | 735.23  |         |
| 4         | —             | H | GE |    |    |   | Br | Ø | P  | 49       | 24.5          | 16.33         | 12.25         | 9.8           | 111.88  |         |
| 5         | —             | H |    |    |    |   |    | Ø | P  | 47       | 23.5          | 15.67         |               |               | 86.17   |         |
| 6         | —             | H |    | PE | Be | O | Br |   |    | 14       | 7             | 4.67          | 3.5           | 2.8           | 31.97   |         |
| 7         | —             | H | GE |    |    |   |    | Ø | P  | 10       | 5             | 3.33          | 2.5           | 2.0           | 22.83   |         |
| Sum       |               |   |    |    |    |   |    |   |    |          | 1463          | 731.5         | 487.67        | 354           | 283.2   | 3319.37 |

| Liste   | H   | GE  | PE  | Be  | O   | Br  | Ø   | P   | He  |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1   | 680 | 680 | 680 | 680 | 680 |     |     |     |     |
| 2   | 341 | 341 | 341 | 341 |     | 341 |     |     |     |
| 3   | 322 | 322 |     |     |     |     | 322 | 322 | 322 |
| 4   | 49  | 49  |     |     |     |     | 49  | 49  | 49  |
| 5   |     |     |     |     |     |     | 47  | 47  | 47  |
| 6   | 14  |     | 14  | 14  | 14  | 14  |     |     |     |
| 7   | 10  | 10  | 10  | 10  | 10  | 10  | 10  | 10  |     |
| Tilfredsstillelsen: 1416 1402 1035 1035 704 404 428 428 369 |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
| valgt.  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |

| Liste  | GE    | PE    | Be    | O   | Br    | Ø    | P    | He   |
|--|-------|-------|-------|-----|-------|------|------|------|
| 1  | 340   | 340   | 340   | 340 |       |      |      |      |
| 2  | 170.5 | 170.5 | 170.5 |     | 170.5 |      |      |      |
| 3  | 161   |       |       |     |       | 161  | 161  | 161  |
| 4  | 24.5  |       |       |     | 24.5  | 24.5 | 24.5 | 24.5 |
| 5  |       |       |       |     | 47    | 47   | 47   | 47   |
| 6  |       | 7     | 7     | 7   | 7     | 7    |      |      |
| 7  | 5     | 5     | 5     | 5   | 5     | 5    | 5    | 5    |
| I Tillæg til Tilfredsstillelsen: 701 517.5 517.5 352 202 237.5 237.5 208 |       |       |       |     |       |      |      |      |
| valgt.   |       |       |       |     |       |      |      |      |

Af de enkelte Lister opnaar:

| Nr.     | Tilfredsstillelse. | Beger.   | Procent. |
|---------|--------------------|----------|----------|
| 1       | 1416.67            | 1552.67  | 91       |
| 2       | 710.42             | 778.62   | 91       |
| 3       | 590.33             | 735.23   | 80       |
| 4       | 89.83              | 111.88   | 80       |
| 5       | 47                 | 107.32 * | 44       |
| 6       | 25.67              | 31.97    | 80       |
| 7       | 18.33              | 22.83    | 80       |
| 2898.35 |                    | 3340.52  | 87       |

\*) Med de to ovenfor udeladte Kandidater.

## Til Tilfredsstillelsen bidrager:

| Liste | PE     | Be     | O      | Br     | Ø      | P      | He     |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1     | 226.67 | 226.67 | 226.67 |        |        |        |        |
| 2     | 113.66 | 113.67 |        | 113.67 |        |        |        |
| 3     |        |        |        | 107.33 | 107.33 | 107.33 | 107.33 |
| 4     | 16.33  | 16.33  | 16.33  | 16.33  | 16.33  | 16.33  | 16.33  |
| 5     |        |        |        | 47     | 47     | 47     | 47     |
| 6     | 7      | 7      | 7      | 7      | 7      | 7      | 7      |
| 7     |        |        | 3.33   |        |        | 3.33   | 3.33   |

## II Tillæg til Tilfredsstillelsen:

|        |        |     |     |     |     |        |
|--------|--------|-----|-----|-----|-----|--------|
| 347.33 | 347.33 | 237 | 137 | 174 | 174 | 154.33 |
| valgt. |        |     |     |     |     |        |

## Liste

| Liste | Be    | O     | Br     | Ø      | P      | He     |
|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|
| 1     | 170   | 170   |        |        |        |        |
| 2     | 85.25 |       | 85.25  |        |        |        |
| 3     |       |       | 107.33 | 107.33 | 107.33 | 107.33 |
| 4     | 16.33 | 16.33 | 16.33  | 16.33  | 16.33  | 16.33  |
| 5     |       |       | 47     | 47     | 47     | 47     |
| 6     | 4.67  | 4.67  | 4.67   |        |        |        |
| 7     |       | 3.33  |        | 3.33   | 3.33   | 3.33   |

## III Tillæg til Tilfredsstillelsen:

|        |     |        |     |     |        |  |
|--------|-----|--------|-----|-----|--------|--|
| 259.92 | 178 | 106.25 | 174 | 174 | 154.33 |  |
| valgt. |     |        |     |     |        |  |

## Liste

| Liste | O     | Br     | Ø      | P      | He     |
|-------|-------|--------|--------|--------|--------|
| 1     | 136   |        |        |        |        |
| 2     |       | 68.2   |        |        |        |
| 3     |       | 107.33 | 107.33 | 107.33 | 107.33 |
| 4     | 16.33 | 16.33  | 16.33  | 16.33  | 16.33  |
| 5     |       | 47     | 47     | 47     | 47     |
| 6     | 3.5   | 3.5    |        |        |        |
| 7     | 3.33  |        | 3.33   | 3.33   | 3.33   |

## IV Tillæg til Tilfredsstillelsen:

|                          |       |     |     |        |
|--------------------------|-------|-----|-----|--------|
| 142.83                   | 88.03 | 174 | 174 | 154.33 |
| valgt ved<br>Lødtælling. |       |     |     |        |

Cinq candidats à élire, genre proportionnel, règle d'addition.

Resultatet bliver ligesom efter Udskydelsesreglen  
Valg af

H, GE, PE, Be og Ø.

I Kandidat H Valg 1416  
II — GE — 701  
III — PE — 347.33  
IV — Be — 259.92  
V — Ø — 174  
2898.25

**Ex. Nr. 2.** Der vælges ved forholdsmæssig Valgmaade og efter Udskydningsregten.

Materialet er det samme som i Exempel 1, ligesaa Beregningen af Vægtens Division og dennes Kontrol. Dette sidste gentages dog for i begge Exempler at oplyse, hvorledes man med brudte Linier eller Overstregning bør sikre sig mekanisk at gribe de rette Tal i Tabellerne.

|     | Vægt | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{5}$ | Sum     |
|-----|------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------|
| 1   | 680  | 340           | 226.67        | 170           | 136           | 1552.67 |
| 2   | 341  | 170.5         | 113.67        | 85.25         | 68.2          | 778.62  |
| 3   | 322  | 161           | 107.33        | 80.5          | 64.4          | 735.23  |
| 4   | 49   | 24.5          | 16.33         | 12.35         | 9.8           | 111.88  |
| 5   | 47   | 23.5          | 15.67         |               |               | 86.17   |
| 6   | 14   | 7             | 4.67          | 3.5           | 2.8           | 31.97   |
| 7   | 10   | 5             | 3.33          | 2.5           | 2.0           | 22.88   |
| Sum | 1463 | 731.5         | 487.67        | 354           | 283.2         | 3319.37 |

| Liste                      | H     | GE    | PE   | Be   | O     | Br   | Ø     | P     | He    | Af den begærede Tilfredsstillelse mistes ved de to i Materialet udeladte Kandidater | Sum           |
|----------------------------|-------|-------|------|------|-------|------|-------|-------|-------|---|---------------|
| 1                          | 136   | 136   | 136  | 136  | 136   |      |       |       |       | 3 340.52  |               |
| 2                          | 68.2  | 68.2  | 68.2 | 68.2 |       | 68.2 |       |       |       |   | 21.15         |
| 3                          | 64.4  | 64.4  |      |      |       |      | 64.4  | 64.4  | 64.4  |   | Rest 3 319.37 |
| 4                          | 9.8   | 9.8   |      |      |       | 9.8  | 9.8   | 9.8   |       |   | 80.07         |
| 5                          |       |       |      |      |       |      | 15.67 | 15.67 |       |   | 80.8          |
| 6                          | 2.8   |       | 2.8  | 2.8  | 2.8   | 2.8  |       |       |       |   | 118.25        |
| 7                          | 2.0   | 2.0   |      | 2.0  | 2.0   |      | 2.0   | 2.0   |       |   | 142           |
| I Tab af Tilfredsstillelse | 283.2 | 280.4 | 207  | 207  | 140.8 | 80.8 | 91.87 | 91.87 | 80.07 |   | Rest 2 898.52 |



Resultatet bliver ligesom ved Tilføjesreglen

Valg af

H, GE, PE, Be og Ø.

| Liste | H    | GE   | PE   | Be   | O   | Br   | Ø    | P    |
|-------|------|------|------|------|-----|------|------|------|
| 1     | 136  | 136  | 136  | 136  | 136 |      |      |      |
| 2     | 68.2 | 68.2 | 68.2 | 68.2 |     | 68.2 |      |      |
| 3     | 80.5 | 80.5 |      |      |     |      | 80.5 | 80.5 |
| 4     | 9.8  | 9.8  |      |      |     | 9.8  | 9.8  | 9.8  |
| 5     |      |      |      |      |     |      | 23.5 | 23.5 |
| 6     | 2.8  | 2.8  | 2.8  | 2.8  | 2.8 | 2.8  |      |      |
| 7     | 2.0  | 2.0  | 2.0  | 2.0  | 2.0 |      | 2.0  | 2.0  |

II Tab af Tilfredsstillelse 299.3 296.5 207 207 140.8 80.8 115.8 115.8

| Liste | H     | GE    | PE    | Be    | O   | Ø     | P     |
|-------|-------|-------|-------|-------|-----|-------|-------|
| 1     | 136   | 136   | 136   | 136   | 136 |       |       |
| 2     | 85.25 | 85.25 | 85.25 | 85.25 |     |       |       |
| 3     | 80.5  | 80.5  |       |       |     | 80.5  | 80.5  |
| 4     | 12.25 | 12.25 |       |       |     | 12.25 | 12.25 |
| 5     |       |       |       |       |     | 23.5  | 23.5  |
| 6     | 3.5   | 3.5   | 3.5   | 3.5   | 3.5 |       |       |
| 7     | 2.0   | 2.0   | 2.0   | 2.0   | 2.0 | 2.0   | 2.0   |

III Tab af Tilfredsstillelse 319.5 316 224.75 224.75 141.5 118.25 118.25

× ved Lodtrækning.

| Liste | H      | GE     | PE    | Be    | O   | Ø      |
|-------|--------|--------|-------|-------|-----|--------|
| 1     | 136    | 136    | 136   | 136   | 136 |        |
| 2     | 85.25  | 85.25  | 85.25 | 85.25 |     |        |
| 3     | 107.33 | 107.33 |       |       |     | 107.33 |
| 4     | 16.33  | 16.33  |       |       |     | 16.33  |
| 5     |        |        |       |       |     | 47     |
| 6     | 3.5    | 3.5    | 3.5   | 3.5   | 3.5 |        |
| 7     | 2.5    | 2.5    | 2.5   | 2.5   | 2.5 | 2.5    |

IV Tab af Tilfredsstillelse 350.92 347.42 224.75 224.75 142 173.17

Cinq candidats à élire, genre proportionnel, règle de rejct.

**Ex. Nr. 3.**

2 kandidater vælges ved forholdsmæssig Valgmaade.

|    | Vægt | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | Sum | Tilføjesreglen. |
|----|------|---------------|---------------|-----|-----------------|
|    |      | I             | II            | III | IV              |
| 1  | I    | 96            | 48            | 32  | 96 96 96        |
| 2  | II   | 300           | 150           | 100 | 300 300 300     |
| 3  | III  | 52            | 26            |     | 52 52           |
| 4  | I    | 162           | 81            |     | 162 162         |
| 5  | II   | 108           | 54            |     | 108             |
| 6  | I    | 124           | 62            |     | 124             |
| 7  | II   | 36            | 18            |     | 36              |
| 8  | III  | 36            |               |     | 36              |
| 9  | III  | 12            |               |     | 12              |
| 10 | II   | 6             |               |     | 6               |
|    |      | 932           | 439           | 132 | 1503            |

**Ex. Nr. 4.**

Udskydelsesreglen.

|    | I   | II  | III | IV  |
|----|-----|-----|-----|-----|
| 1  | 32  | 32  | 32  | 32  |
| 2  | 100 | 100 | 100 | 100 |
| 3  | 26  | 26  |     |     |
| 4  | 81  | 81  |     |     |
| 5  | 54  |     | 54  |     |
| 6  | 62  |     | 62  |     |
| 7  | 18  | 18  |     | 18  |
| 8  |     |     |     | 36  |
| 9  |     |     | 12  |     |
| 10 | 6   |     |     |     |
|    | 229 | 231 | 232 | 240 |

altsaa er (II, III) valgt; men (I, II) giver 965 og burde vælges.

Listernes Tilfredsstillelse ved Valget.

|    | Liste (II, III) | (I, II) | Δ         |
|----|-----------------|---------|-----------|
| 1  | 1               | 96      | 96        |
| 2  | 2               | 450     | 300 + 150 |
| 3  | 3               | 78      | 52 + 26   |
| 4  | 4               | 162     | 243 - 81  |
| 5  | 5               | 0       | - 108     |
| 6  | 6               | 124     | 124       |
| 7  | 7               | 36      | 36        |
| 8  | 8               | 0       | 0         |
| 9  | 9               | 12      | 0 + 12    |
| 10 | 10              | 6       | 6         |
|    | 312             | 310     | 310       |

**Ex. Nr. 3.**

2 candidats à élire, genre proportionnel,

|    | I   | II  | III | IV  |
|----|-----|-----|-----|-----|
| 1  | 48  | 48  | 48  | 48  |
| 2  | 150 | 150 | 150 | 150 |
| 3  | 26  | 26  |     |     |
| 4  | 162 | 162 |     |     |
| 5  | 108 |     | 108 |     |
| 6  | 62  |     | 62  |     |
| 7  | 36  | 36  |     | 36  |
| 8  |     |     |     | 36  |
| 9  |     |     | 12  |     |
| 10 | 6   |     |     |     |
|    | 490 | 556 | 584 | 576 |

valgt.

règle d'addition,

|    | I   | II  | III | IV  |
|----|-----|-----|-----|-----|
| 1  | 1   | 48  | 48  | 48  |
| 2  | 2   | 150 | 150 | 150 |
| 3  | 3   | 26  |     |     |
| 4  | 4   | 162 |     |     |
| 5  | 5   | 108 |     | 108 |
| 6  | 6   | 62  |     | 62  |
| 7  | 7   | 36  |     | 36  |
| 8  | 8   |     |     | 36  |
| 9  | 9   |     | 12  |     |
| 10 | 10  | 6   |     |     |
|    | 380 | 380 | 378 | 378 |

Calcul spécial des satisfactions.

règle d'addition,

règle de rejet.

### Ex. Nr. 5.

2 Kandidater vælges ved sværeste Valgmaade samme Lister som ved 3 og 4.

Speciel Beregning af Tilfredsstillelsen.

- (I, II) = 884
- (I, III) = 854
- (I, IV) = 862
- (II, III) = 788
- (II, IV) = 796
- (III, IV) = 764

-Calcul spécial des satisfactions.

Tilføjelsesreglen.

|    | I   | II  | III | IV  |
|----|-----|-----|-----|-----|
| 1  | 96  | 300 | 96  | 96  |
| 2  |     | 300 | 300 | 300 |
| 3  |     | 52  | 52  |     |
| 4  | 162 | 162 |     |     |
| 5  | 108 |     |     | 108 |
| 6  | 124 |     | 124 |     |
| 7  |     | 36  |     | 36  |
| 8  |     |     |     | 36  |
| 9  |     |     | 12  |     |
| 10 |     | 6   |     |     |

490 556 584 576  
valgt?

|    | I   | II  | III | IV  |
|----|-----|-----|-----|-----|
| 1  | 0   | 0   | 0   | 0   |
| 2  |     | 0   | 0   | 0   |
| 3  |     | 0   | 0   | 0   |
| 4  | 162 | 162 |     |     |
| 5  | 108 |     |     | 108 |
| 6  | 0   |     |     | 0   |
| 7  |     | 36  |     | 36  |
| 8  |     |     |     | 36  |
| 9  |     |     |     | 0   |
| 10 |     | 6   |     |     |

270 204 180  
valgt?

2 candidats à élire, genre le plus faible,

règle d'addition;

règle de rejet.

### Ex. Nr. 6.

Udskydelsesreglen.

|    | I | II | III | IV |
|----|---|----|-----|----|
| 1  | 0 | 0  | 0   | 0  |
| 2  |   | 0  | 0   | 0  |
| 3  |   | 0  | 0   | 0  |
| 4  | 0 | 0  | 0   | 0  |
| 5  | 0 |    |     | 0  |
| 6  | 0 |    | 0   |    |
| 7  |   | 0  |     | 0  |
| 8  |   |    |     | 36 |
| 9  |   |    | 12  |    |
| 10 |   | 6  |     |    |

0 6 12 36  
X?

|    | I   | II  | III | IV  |
|----|-----|-----|-----|-----|
| 1  | 0   | 0   | 0   | 0   |
| 2  |     | 0   | 0   | 0   |
| 3  |     | 0   | 0   | 0   |
| 4  | 162 | 162 |     |     |
| 5  | 108 |     |     | 108 |
| 6  | 0   |     |     | 0   |
| 7  |     | 124 |     | 124 |
| 8  |     |     |     | 36  |
| 9  |     |     | 12  |     |
| 10 |     | 6   |     |     |

168 136 144  
X?

règle de rejet.

Tilføjelsesreglen giver Valg for (I, III) med 854  
Udskydelsesreglen giver Valg for (II, IV) med 796

altsaa stærkeste indbyrdes Strid, for at forliges maatte begge Regler standes paa 1ste Trin, hvor de tillade Valg af III mod Forkastelse af I, og af Kombinationerne (II, III) og (III, IV) burde den første foretrækkes med 788 mod 764. Alle disse Resultater ere dog meget urigtige, da

(I, II) = 884

er den mest tilfredsstillende Kombination ogsaa ved denne Valgmaade.

Ces deux règles sont inapplicables au genre le plus faible!